

Instytut Matematyczny

Uniwersytet Wrocławski

Zakres egzaminu magisterskiego dla specjalności

Matematyka stosowana

Wybrane rozdziały analizy i topologii 1 i 2

Pojęcia, fakty: Definicje i pojęcia: metryka, iloczyn skalarny, norma supremum, norma całkowita, zbiór otwarty, domknięty, ograniczony, zwarty, średnica zbioru, zbieżność punktowa i jednostajna ciągu funkcyjnego, zbieżność w metryce całkowitej, odległość punktu od zbioru, ciągłość funkcji, aproksymacja funkcji ciągłych wielomianami, twierdzenie Stone'a-Weierstrassa, szeregi potęgowe, promień zbieżności szeregu, obszar zbieżności, twierdzenie Cauchy'ego-Riemanna, całka krzywoliniowa, funkcje holomorficzne, funkcje całkowite, wzór całkowity Cauchy'ego, residuum, osobliwość pozorna, biegun, osobliwość istotna, funkcja skończenie addytywna, miara Lebesgue'a, zbiory miary zero, całka Lebesgue'a.

Statystyka matematyczna

Pojęcia, fakty: rozkłady prawdopodobieństwa i ich charakterystyki, wektory losowe (dystrybuanty i gęstości wielowymiarowe, macierz kowariancji, korelacja, wielowymiarowy rozkład normalny), przestrzeń statystyczna, modele parametryczne i nieparametryczne, statystyk i ich rozkłady, dystrybuanta empiryczna, charakterystyki próbkowe, statystyki pozycyjne, rozkłady asymptotyczne statystyk.

Estymacja: estymatory punktowa i metody konstrukcji estymatorów, metoda momentów, metoda największej wiarygodności, estymacja metodą najmniejszych kwadratów, metody oceny estymatorów, estymatory nieobciążone, błąd średniokwadratowy, własności asymptotyczne estymatorów: zgodność, asymptotyczna normalność.

Estymacja przedziałowa: przedziały ufności dla parametrów rozkładu normalnego, przedziały ufności dla oszacowania prawdopodobieństwa zdarzenia.

Testowanie hipotez statystycznych: hipoteza prosta i złożona, obszar krytyczny, błąd I i II rodzaju, rozmiar testu, poziom istotności testu, lemat Neymana-Pearsona, testy ilorazu wiarygodności, test dla wartości średniej w populacji o rozkładzie normalnym, testowanie hipotez dotyczących wariancji w rozkładzie normalnym, problem dwóch prób, testy zgodności, jednorodności i niezależności, testy nieparametryczne.

Regresja: regresja liniowa i metoda najmniejszych kwadratów, współczynnik korelacji i testowanie jego istotności.

Rachunek prawdopodobieństwa

Pojęcia, fakty: rozkład zmiennej losowej, gęstość rozkładu, nierówności związane z momentami (nierówność Schwarz, nierówność Jensena, nierówność Czebyszewa), lemat Borela-Cantelliego, prawdopodobieństwo warunkowe, typy zbieżności zmiennych losowych (zbieżność prawie wszędzie, zbieżność według prawdopodobieństwa, zbieżność według momentów, zbieżność według rozkładu), funkcje charakterystyczne, twierdzenia graniczne (słabe prawo wielkich liczb, mocne prawo wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne).

Modelowanie matematyczne

Pojęcia, fakty: Modele wzrostu i rozwoju populacji (model Malthusa i prawo Verhulsta, model Lotki-Volterra, modele symbiozy i konkurencji), równanie dyfuzji, układy reakcji dyfuzji modelujące epidemię, niestabilność Turinga.

Stochastyczne modele rozwoju populacji: procesy urodzin i śmierci, statystyka łańcuchów Markowa.

Genetyka populacji: prawa Mendla, prawo Hardy'ego-Weinberga, modele doboru naturalnego.

Analiza sekwencji DNA: sekwencjonowanie i porównywanie sekwencji DNA, dopasowywanie fragmentów restrykcyjnych, mapy restrykcyjne, modele mutacji nukleotydów, analiza statystyczna danych genetycznych

Procesy stochastyczne

Pojęcia, fakty: klasyfikacja procesów stochastycznych (procesy gaussowskie, procesy stacjonarne w szerszym sensie, procesy stacjonarne i o przyrostach stacjonarnych, procesy o przyrostach niezależnych, procesy Markowa), łańcuchy Markowa i procesy Markowa w czasie ciągłym z przeliczalną przestrzenią stanów (klasyfikacja stanów, rozkład stacjonarny, twierdzenia ergodyczne), proces urodzin i śmierci, proces Poissona, złożony proces Poissona, proces odnowy, proces Wienera (podstawowe własności trajektorii, mocna własność Markowa, zasada odbicia).