

1. Czy istnieje liczba naturalna zakończona (w zapisie dziesiętnym) dwoma czwórkami, podzielna przez

- a) 5;
- b) 6;
- c) 8;
- d) 9?

2. Czy istnieje liczba naturalna o sumie cyfr równej 66, podzielna przez

- a) 9;
- b) 8;
- c) 6;
- d) 5?

3. Liczba naturalna k jest podzielna przez 72 wtedy i tylko wtedy, gdy liczba k jest podzielna przez m i liczba k jest podzielna przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla dowolnej liczby naturalnej k , jeżeli

- a) $m = 36$, $n = 24$;
- b) $m = 18$, $n = 12$;
- c) $m = 36$, $n = 48$;
- d) $m = 36$, $n = 8$?

4. Liczba naturalna k jest dzielnikiem liczby 12 wtedy i tylko wtedy, gdy liczba k jest dzielnikiem liczby m i liczba k jest dzielnikiem liczby n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla dowolnej liczby naturalnej k , jeżeli

- a) $m = 36$, $n = 48$;
- b) $m = 18$, $n = 12$;
- c) $m = 36$, $n = 24$;
- d) $m = 36$, $n = 8$?

5. Czy nierówność $(\log_a b)^2 \leq \log_a(b^2)$ jest prawdziwa dla

- a) $a = 3, b = 1/2$;
- b) $a = 5, b = 13$;
- c) $a = 4, b = 3$;
- d) $a = 6, b = 43$?

6. Czy liczba przekątnych m -kąta wypukłego jest podzielna przez liczbę przekątnych n -kąta wypukłego, jeżeli

- a) $m = 12, n = 9$;
- b) $m = 10, n = 7$;
- c) $m = 7, n = 4$;
- d) $m = 8, n = 5$?

7. Czy równanie $x^4 + ax^2 + b = 0$ ma co najmniej jedno rozwiązanie rzeczywiste x , jeżeli

- a) $a = 3, b = 2$;
- b) $a = 4, b = -4$;
- c) $a = -7, b = 12$;
- d) $a = -5, b = 7$?

8. Czy funkcja f określona wzorem $f(x) = (2^x - 7)^{2010}$ jest monotoniczna w przedziale

- a) $(3, 4)$;
- b) $(2, 3)$;
- c) $(1, 2)$;
- d) $(0, 1)$?

9. Czy dla podanych α i β istnieje czworokąt wypukły, którego każdy kąt wewnętrzny ma miarę α lub β

- a) $\alpha = 50^\circ, \beta = 150^\circ$;
- b) $\alpha = 70^\circ, \beta = 110^\circ$;
- c) $\alpha = 80^\circ, \beta = 120^\circ$;
- d) $\alpha = 60^\circ, \beta = 100^\circ$?

10. Czy równość $ab + cd = (a + c) \cdot (b + d)$ jest prawdziwa dla

- a) $a = 777, b = 33, c = -333, d = 77$;
- b) $a = 33, b = 6667, c = 22, d = -444$;
- c) $a = -555, b = 777, c = 5555, d = -7777$;
- d) $a = 13131313, b = -15151515, c = 393939, d = 454545$?

11. Czy nierówność

$$2 \cdot \binom{n}{k} < \binom{n}{k+1}$$

jest prawdziwa dla

- a) $n = 42, k = 13$;
- b) $n = 30, k = 10$;
- c) $n = 35, k = 11$;
- d) $n = 40, k = 12$?

12. Dla dowolnych liczb naturalnych m, n niepodzielnych przez d , liczba mn nie jest podzielna przez d . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $d = 8$;
- b) $d = 9$;
- c) $d = 10$;
- d) $d = 7$?

13. Dla dowolnych liczb naturalnych m, n niepodzielnych przez d , liczba mn nie jest podzielna przez d^2 . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $d = 8$;
- b) $d = 10$;
- c) $d = 7$;
- d) $d = 9$?

14. Niech $f(x) = \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} x$. Czy wtedy

- a) $f(64) \geq 8$;
- b) $f(2) \geq 2$;
- c) $f(16) \geq 6$;
- d) $f(4) \geq 4$?

15. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\log_{\sqrt{2}} 3 \geq 3$;
- b) $\log_{\sqrt{2}} 11 \geq 7$;
- c) $\log_{\sqrt{2}} 5 \geq 5$;
- d) $\log_{\sqrt{2}} 8 \geq 6$?

16. Czy istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości

- a) 6, 8, 15;
- b) 6, 8, 10;
- c) 6, 8, 9;
- d) 6, 8, 12?

17. Czy istnieją takie liczby naturalne a, b , że

- a) $\text{NWD}(a, b) = 6^{21}$, $\text{NWW}(a, b) = 48^{20}$;
- b) $\text{NWD}(a, b) = 24^{27}$, $\text{NWW}(a, b) = 12^{40}$;
- c) $\text{NWD}(a, b) = 48^{30}$, $\text{NWW}(a, b) = 6^{120}$;
- d) $\text{NWD}(a, b) = 12^{24}$, $\text{NWW}(a, b) = 24^{25}$?

18. Czy równość $\text{NWD}(a, b) \cdot \text{NWW}(a, b) = a \cdot b$ jest prawdziwa dla

- a) $a = 144^{288}$, $b = 288^{144}$;
- b) $a = 48^{96}$, $b = 96^{48}$;
- c) $a = 36^{36}$, $b = 420^{420}$;
- d) $a = 105^{105}$, $b = 210^{210}$?

19. Losujemy liczbę ze zbioru $\{1,2,3,4,\dots,24\}$. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że wylosowana liczba jest podzielna przez n . Czy wtedy

- a) $P(8) > P(9)$;
- b) $P(7) > P(8)$;
- c) $P(6) > P(7)$;
- d) $P(5) > P(6)$?

20. Czy równość $2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin(7\alpha)$ jest prawdziwa dla

- a) $\alpha = 15^\circ$;
- b) $\alpha = 18^\circ$;
- c) $\alpha = 20^\circ$;
- d) $\alpha = 24^\circ$?

21. Liczby rzeczywiste x, y spełniają nierówności

$$2x + y \leq 10 \quad \text{oraz} \quad x + 3y \leq 15.$$

Czy stąd wynika, że

- a) $x^2 + y^2 \leq 25$;
- b) $x + y \leq 7$;
- c) $3x + y \leq 15$;
- d) $x + 2y \leq 10$?

22. Liczby rzeczywiste **dodatnie** x, y spełniają nierówności

$$2x + y \leq 10 \quad \text{oraz} \quad x + 3y \leq 15.$$

Czy stąd wynika, że

- a) $x + 2y \leq 10$;
- b) $x^2 + y^2 \leq 25$;
- c) $x + y \leq 7$;
- d) $3x + y \leq 15$?

23. Czy nierówność

$$\sqrt{n^2 + k} - n < \frac{1}{2}$$

jest prawdziwa dla

- a) $n = 80, k = 81$;
- b) $n = 50, k = 49$;
- c) $n = 35, k = 36$;
- d) $n = 64, k = 64$?

24. Czy sfery (sfera to powierzchnia kuli) o promieniach r_1 i r_2 oraz środkach odległych o d , mają co najmniej jeden punkt wspólny, jeżeli

- a) $r_1 = 30, r_2 = 14, d = 20$;
- b) $r_1 = 20, r_2 = 11, d = 35$;
- c) $r_1 = 50, r_2 = 20, d = 25$;
- d) $r_1 = 40, r_2 = 17, d = 5$?

25. Czy istnieje trójkąt, którego długości boków a, b, c spełniają równanie

$$a^2 + b^2 + qab = c^2,$$

jeżeli

- a) $q = 20/9$;
- b) $q = 13/7$;
- c) $q = -1/3$;
- d) $q = 4/5$?

26. Czy liczba $\binom{n}{4}$ jest parzysta dla

- a) $n = 1003$;
- b) $n = 1004$;
- c) $n = 1005$;
- d) $n = 1002$?

27. Czy nierówność $2\sqrt{ab} < a + b$ jest prawdziwa dla

- a) $a = 2^{11}$, $b = 4^6$;
- b) $a = 2^{21}$, $b = 8^7$;
- c) $a = 2^{41}$, $b = 32^9$;
- d) $a = 2^{31}$, $b = 16^8$?

28. Czy istnieje trapez o podstawach długości a i b , ramionach długości $\sqrt{29}$ i $\sqrt{34}$ oraz wysokości 5, jeżeli

- a) $a = 2010$, $b = 2017$;
- b) $a = 2010$, $b = 2013$;
- c) $a = 2010$, $b = 2015$;
- d) $a = 2010$, $b = 2011$?

29. Czy funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x) = a|x| + bx$$

spełnia dla dowolnej liczby rzeczywistej x równanie $f(f(x)) = x$, jeżeli

- a) $a = 2$, $b = -\sqrt{5}$;
- b) $a = -2$, $b = \sqrt{5}$;
- c) $a = -2$, $b = -\sqrt{5}$;
- d) $a = 2$, $b = \sqrt{5}$?

30. Funkcje $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ są określone wzorami

$$f(x) = 2^{x-1} \quad \text{oraz} \quad g(x) = f(f(f(x))).$$

Czy wówczas $g(x) > x$, jeżeli

- a) $x = 5/2$;
- b) $x = 7/2$;
- c) $x = 3/2$;
- d) $x = 1/2$?