

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli liczba dodatnia a jest większa od liczby dodatniej b o $p\%$, to liczba b jest mniejsza od liczby a o $q\%$.

a) $p = 25$, $q = \dots\dots\dots$

b) $p = 100$, $q = \dots\dots\dots$

c) $p = 150$, $q = \dots\dots\dots$

d) $p = 300$, $q = \dots\dots\dots$

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli w rosnącym postępie arytmetycznym trójwyrazowym a_1, a_2, a_3 o wyrazach dodatnich wyraz a_2 jest większy od a_1 o $p\%$, to wyraz a_3 jest większy od a_2 o $q\%$.

a) $p = 300$, $q = \dots\dots\dots$

b) $p = 150$, $q = \dots\dots\dots$

c) $p = 100$, $q = \dots\dots\dots$

d) $p = 25$, $q = \dots\dots\dots$

3. Dla podanego wyrażenia podać liczbę wymierną w , dla której wartość tego wyrażenia jest wymierna.

a) $w\sqrt{3} + \sqrt{(7 - 4\sqrt{3})^2}$, $w = \dots\dots\dots$

b) $w\sqrt{2} + \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2}$, $w = \dots\dots\dots$

c) $w\sqrt{2} + \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}$, $w = \dots\dots\dots$

d) $w\sqrt{5} + \sqrt{(9 - 4\sqrt{5})^2}$, $w = \dots\dots\dots$

4. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(9000, 201500000000064) = \dots\dots\dots$

b) $\text{NWD}(9000, 201500000000048) = \dots\dots\dots$

c) $\text{NWD}(9000, 201500000000001) = \dots\dots\dots$

d) $\text{NWD}(9000, 201500000000025) = \dots\dots\dots$

5. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_2 \log_4 2^{4^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 4, \dots\dots\dots$

b) $k = 10, \dots\dots\dots$

c) $k = 5, \dots\dots\dots$

d) $k = 16, \dots\dots\dots$

6. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_4 \log_2 4^{2^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 16, \dots\dots\dots$

b) $k = 10, \dots\dots\dots$

c) $k = 4, \dots\dots\dots$

d) $k = 5, \dots\dots\dots$

7. Jeżeli pole powierzchni sfery S jest większe od pola powierzchni sfery T o $p\%$, to objętość kuli ograniczonej sferą S jest większa od objętości kuli ograniczonej sferą T o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p = 300$, $q = \dots\dots\dots$

b) $p = 800$, $q = \dots\dots\dots$

c) $p = 2400$, $q = \dots\dots\dots$

d) $p = 1500$, $q = \dots\dots\dots$

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp arytmetyczny n -wyrazowy, w którym dokładnie k wyrazów jest całkowitych.

a) $n = 36$, $k \in \{ \dots\dots\dots \}$

b) $n = 31$, $k \in \{ \dots\dots\dots \}$

c) $n = 28$, $k \in \{ \dots\dots\dots \}$

d) $n = 25$, $k \in \{ \dots\dots\dots \}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp geometryczny n -wyrazowy o wyrazach dodatnich, w którym dokładnie k wyrazów jest wymiernych.

a) $n = 36$, $k \in \{ \dots\dots\dots \}$

b) $n = 28$, $k \in \{ \dots\dots\dots \}$

c) $n = 25$, $k \in \{ \dots\dots\dots \}$

d) $n = 31$, $k \in \{ \dots\dots\dots \}$

10. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β spełniającą równość $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 1$.

a) $\alpha = 110^\circ$, $\beta = \dots\dots\dots$

b) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = \dots\dots\dots$

c) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = \dots\dots\dots$

d) $\alpha = 20^\circ$, $\beta = \dots\dots\dots$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)^2 > 0$, $\dots\dots\dots$

b) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0$, $\dots\dots\dots$

c) $(x-1)^2 \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0$, $\dots\dots\dots$

d) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3) > 0$, $\dots\dots\dots$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $x^3 > 64$, $\dots\dots\dots$

b) $x^4 > 64$, $\dots\dots\dots$

c) $x^6 > 64$, $\dots\dots\dots$

d) $x^2 > 64$, $\dots\dots\dots$

13. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_{(9/4)}x < 2$,

b) $\log_{(9/4)}x < -2$,

c) $\log_{(9/4)}x > 1$,

d) $\log_{(9/4)}x > -1$,

14. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_x(9/4) < -2$,

b) $\log_x(9/4) > 1$,

c) $\log_x(9/4) > -1$,

d) $\log_x(9/4) < 2$,

15. Dla podanych liczb a , b podać liczbę c o następującej własności: Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o krawędziach a , b , c ma tyle samo jednostek powierzchni, ile jednostek objętości ma objętość tego prostopadłościanu.

a) $a = 6$, $b = 6$, $c =$

b) $a = 4$, $b = 6$, $c =$

c) $a = 8$, $b = 8$, $c =$

d) $a = 5$, $b = 5$, $c =$

16. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

- a) $3^{303} + 2^{404}$,
- b) $3^{33} + 2^{22}$,
- c) $3^{33} - 2^{22}$,
- d) $3^{303} - 2^{404}$,

17. Ile jest liczb parzystych wśród 8000 liczb

$$\binom{1001}{k}, \binom{1002}{k}, \binom{1003}{k}, \binom{1004}{k}, \dots, \binom{8999}{k}, \binom{9000}{k},$$

jeżeli

- a) $k = 2$,
- b) $k = 4$,
- c) $k = 5$,
- d) $k = 3$,

18. Dany jest 180-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{180}$. Podać miarę kąta

- a) $\sphericalangle A_1A_{11}A_7 =$
- b) $\sphericalangle A_1A_4A_7 =$
- c) $\sphericalangle A_1A_7A_{11} =$
- d) $\sphericalangle A_1A_2A_7 =$

19. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano kwadrat A_1A_2BC w taki sposób, że wnętrze kwadratu jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = \dots\dots\dots$

b) $n = 6$, $\sphericalangle A_2BA_3 = \dots\dots\dots$

c) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = \dots\dots\dots$

d) $n = 3$, $\sphericalangle A_2BA_3 = \dots\dots\dots$

20. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano trójkąt równoboczny A_1A_2B w taki sposób, że wnętrze trójkąta jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 4$, $\sphericalangle A_2BA_3 = \dots\dots\dots$

b) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = \dots\dots\dots$

c) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = \dots\dots\dots$

d) $n = 12$, $\sphericalangle A_2BA_3 = \dots\dots\dots$